

# Pénzügyi kockázatkezelés: véletlen mátrixok és azon túl...

Pafka Szilárd<sup>1,2</sup>, Kondor Imre<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>ELTE, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

<sup>2</sup>CIB Bank, Piaci Kockázatkezelési Osztály

<sup>3</sup>Collegium Budapest

*Statisztikus Fizikai Nap*

2005. március 23.

# Véletlen mátrixok a pénzügyekben

**Portfólióválasztás** (kulcsszerep a pénzügyekben, Markowitz Nobel-díj): adott  $N$  eszköz,  $x_i$  hozamok (véletlen változók); hogyan súlyozzuk az eszközöket ( $w_i$ ), hogy a portfólió ( $\sum_i w_i x_i$ ) **kockázata** (szórása) **minimális** legyen ( $\sum_{ij} w_i \sigma_{ij} w_j$  minimalizálása)

**Probléma:**  $\sigma_{ij}$ -t empirikus adatokból (idősorokból,  $N \times T$  mintából) kell meghatározni, **mérési hiba**

**Irodalom:** a mátrix spektrumának jelentős része (94%-a) jól egyezik a véletlen mátrixok spektrumával; jelentős zaj, **használhatatlan mátrixok?**

**Paradoxon:** a pénzügyi korrelációs mátrixokat elterjedten **használják a gyakorlatban** (kockázatkezelés, eszközallokáció)

**Előző kutatásaink:** a „véletlen” sajátértékek száma nem jó mértéke a zaj hatásának; a **zaj hatása**  $T/N$ -től függ (Monte Carlo szimulációk és a véletlen mátrixok elméletére alapuló analitikus számolás)

## A véletlen mátrixokon túl...

További elméleti és gyakorlati jelentőségű **portfólióoptimalizáció formák**: a szórás helyett „**megfelelőbb**” **kockázati mértékek**, pl. Expected Shortfall = „az 5% legrosszabb eset várható vesztesége”,  $T$  hosszúságú idősorok esetén  $y_t = \sum_i w_i x_{it}$ -kből a legkisebb 5% realizáció átlaga; ennek minimalizálása **lineáris programozási feladatra** vezethető vissza

**Ezen mértékek optimalizálása** egyre jobban elterjed a **gyakorlatban**.

Viszont az **irodalomban** még a **zaj jelenléte sem tudatosodott**, ráadásul **kutatásaink** szerint a **zaj hatása** ezekben az esetekben (a klasszikus portfólióválasztáshoz képest) **magasabb** (és ez nem csak a megoldás elcsúszásában jelentkezik, hanem abban is, hogy a feladat csak **bizonyos valószínűséggel** lesz megoldható!)

Szemléletes magyarázat: izo-kockázati felületek ekkor ellipszoidok helyett poliéderek („élesebbek”, az optimum jobban ingadozik); véletlen mátrixok helyett véletlen geometria...

